

文章编号 1004-924X(2024)22-3310-13

压电定位平台负载变化下的鲁棒干扰观测器设计

段诗雨, 刘浩天, 张桂林*

(山东科技大学 电气与自动化工程学院, 山东 青岛 266590)

摘要: 压电定位平台的负载变化严重限制了其快速定位时的精度。为此, 视负载变化为外界干扰, 提出了一种鲁棒干扰观测器控制策略。首先, 在 MPI 迟滞逆模型线性化的基础上, 根据实验数据辨识出压电定位平台的线性动态特性。其次, 将系统辨识误差归结为模型的不确定性, 在频域内建立了保守性更小的上界。然后, 考虑模型不确定性及负载扰动对系统稳定性及性能的影响, 设计了基于 μ 综合的鲁棒干扰观测器。最后, 实验结果表明, 提出方法的抗扰带宽为 114 Hz, 相较于传统的 DOB 方法提高了 109%, 相较于 H_∞ DOB 提高了 86%。对于 70 Hz 正弦轨迹的跟踪, 提出方法在带载与空载情况下的相对误差平均变化为 0.001 3, 相较于传统 DOB 方法降低了 91.1%, 相较于 H_∞ DOB 降低了 77.2%, 证明了提出方法的有效性及其优越性。

关键词: 压电定位平台; 负载扰动; 模型不确定性; μ 综合; 干扰观测器

中图分类号: TP394.1; TH691.9 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/OPE.20243222.3310

Design of robust disturbance observer under load variation for piezoelectric positioning platform

DUAN Shiyu, LIU Haotian, ZHANG Guilin*

(College of Electrical Engineering and Automation, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

* Corresponding author, E-mail: zhangguilin@sdust.edu.cn

Abstract: The variation in load on the piezoelectric positioning platform significantly limits its accuracy during rapid positioning. To address this, a robust disturbance observer control strategy was proposed, treating load variation as an external disturbance. Firstly, based on the linearization of the MPI hysteresis inverse model, the linear dynamic characteristics of the piezoelectric positioning platform were identified according to experimental data. Next, the system identification error was attributed to model uncertainty, and a less conservative upper bound was established in the frequency domain. Then, considering the impact of model uncertainty and load disturbances on system stability and performance, a robust disturbance observer based on μ -synthesis was designed. Finally, the experimental results show that the proposed method achieves a disturbance rejection bandwidth of 114 Hz, which is 109% higher than that of the traditional DOB method and 86% higher than that of the H_∞ DOB method. For tracking a 70 Hz sinusoidal trajectory, the proposed method achieves an average relative error change of 0.001 3 under both loaded and no-load conditions, which is a 91.1% reduction compared to the traditional DOB method and a 77.2% reduc-

收稿日期: 2024-09-02; 修订日期: 2024-09-23.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (No. 61933006)

tion compared to the H_{∞} DOB method, demonstrating the effectiveness and superiority of the proposed method.

Key words: piezo-positioning platform; load disturbance; model uncertainties; μ -synthesis; disturbance observer

1 引 言

压电定位平台具有定位精度高、响应速度快和灵敏度高等优势^[1-2],逐渐成为原子力显微镜^[3-4]等高精度设备的重要组成部分。然而,压电陶瓷材料固有的迟滞非线性严重影响了系统的建模精度和速度^[5-6]。因此,在模型误差及负载干扰等扰动情况下,建立准确的动态迟滞非线性模型,考虑模型不确定性并提高抗干扰性能对压电定位平台显得尤为重要。

压电定位平台的动态迟滞非线性可分为静态迟滞非线性部分和动态线性部分,分别对其进行建模^[7]。在静态迟滞建模方面,主要使用 Preisach 模型^[8]、Prandtl-Ishlinskii (PI) 模型^[9]、Krasnoselskii-Pokrovskii 模型^[10]、Bouc-Wen 模型^[11]和 Duhem 模型^[12]等。Modified Prandtl-Ishlinskii (MPI) 模型在经典 PI 模型的基础上,引入一个非奇对称且无记忆性的死区算子^[13],解决了迟滞非线性的非奇对称问题。MPI 模型保留了 PI 模型存在解析逆的优点,可以使用其逆模型补偿迟滞非线性^[14],从而对动态线性部分进行辨识。线性动态部分大多采用 ARX 模型^[15]及动力学模型^[16]进行描述,辨识模型的主流方法如最小二乘法^[17]等。然而,对于压电定位平台系统,模型的阶次往往难以确定,同时以最小化广义误差作为指标的最小二乘法对系统中的高频谐振模态不敏感,难以完整描述线性动态部分的主要模态。为了解决这些问题,可以采用基于系统脉冲响应的方法。系统脉冲响应对系统模态非常敏感,通过系统脉冲响应与系统参数之间的关系,利用奇异值分解技术和特征系统实现算法即可辨识出系统的标称模型^[18]。

在实际应用中,由逆补偿误差和建模误差带来的模型不确定性是不可避免的。此外,负载变化会导致压电定位平台的定位精度下降、响应速度变慢以及系统稳定性降低等^[19],从而对控制器设计提出了更高的要求。针对上述问题,已有研究提出了多种控制策略。文献[20]提出了基于

模型预测控制的方法,用于补偿压电驱动器的分散和非分散迟滞非线性。该方法能够实时避免复杂的线性优化问题,表现出较好的抗负载干扰能力和对模型误差的鲁棒性。文献[21]中提出了一种基于最小均方算法的自适应参数辨识方法,可以动态计算和更新模型参数值以应对压电系统的负载变化。文献[19]中通过应用动态矩阵控制改进了预测控制器的性能,显著提升了系统的跟踪精度和抗负载扰动能力。尽管上述方法在控制精度和抗扰性能方面表现出色,但它们依赖大量的参数辨识和在线监控,从而导致计算复杂度较高,在应用中存在一定的局限性。

为此,引入干扰观测器 (Disturbance Observer, DOB) 与鲁棒控制器成为一种有效的解决方案。DOB 主要用于估计并补偿系统内部变化和外部干扰。文献[22]中提出了一种基于 DOB 与状态反馈相结合的双环控制策略,在不显著增加系统复杂度的前提下,实现了高带宽、高精度的控制,并增强了系统的抗扰性能。文献[23]在双环控制器基础上引入了 DOB,有效消除了系统的非线性滞后和其他不确定性因素,从而显著提升了系统的跟踪性能。文献[24]提出了一种将 H_{∞} 控制、DOB 和零相位误差跟踪控制技术融合的复合控制策略,在快速反射镜系统中实现了抗扰能力与跟踪性能的有效平衡。文献[25]使用 H_{∞} 无限维设计方法,将鲁棒 DOB 应用于具有测量延迟的压电纳米定位器,使得系统具有优异的干扰抑制和轨迹跟踪效果。文献[26]提出了基于迭代学习的鲁棒 DOB 设计框架,结合 H_{∞} 优化和迭代学习控制,进一步增强了对重复性扰动的估计和抑制能力。尽管 DOB 和鲁棒控制器都旨在提升系统的鲁棒性和控制性能,但二者在功能和应用上存在显著差异。DOB 擅长应对频繁且难以预测的干扰,但其性能依赖于模型的准确性;而鲁棒控制器更适合处理系统环境或模型存在不确定性的情况。因此,两者结合使用可以在处理复杂工况方面提供更全面和有效的解决方案。

H_∞ 控制器的设计方法导致其本身的鲁棒性不足,需要与其他方法结合才能提升系统的抗扰能力,这在微纳米系统的跟踪及抗扰中表现得过于保守。 μ 综合控制器作为经典鲁棒控制器的一种,能够有效处理系统中的结构化不确定性,优化不确定性与性能之间的权衡,降低设计的保守性,从而在多种工况下提供较为鲁棒的控制性能。因此,本文提出了一种基于 μ 综合优化的鲁棒 DOB,以期在负载干扰情况下实现更有效、更鲁棒的控制策略。

本文首先利用伪随机二值信号、奇异值分解技术和特征系统实现算法的方法,在求得 MPI 逆模型的基础上,精确地计算出压电定位平台的频率响应模型。在此基础上,将逆补偿误差和建模误差归结为模型不确定性,并根据频率响应模型与标称模型求得了模型不确定性的上界。然后分析了负载变化对压电定位平台迟滞特性的影响,特别关注受影响较大的中高频段,设计了一种满足鲁棒性和抗扰性要求的 μ 综合优化鲁棒 DOB。该设计避免了求解标称模型逆问题,并实现了压电定位平台在负载干扰下的快速精确跟踪。通过实验,分别在空载和负载情况下验证了该控制器的跟踪和抗扰性能,证明了本文方法的有效性。

2 压电定位平台迟滞非线性模型

2.1 MPI 模型及其逆模型

MPI 模型是在 PI 模型的基础上串联非奇对称且无记忆性的死区算子^[27]。

PI 模型由多个 play 算子加权叠加而成,play 算子的数学表达式为式(1)所示:

$$\mathbf{y}(t) = F[x, y](t) = \max\{x(t) - r_H, \min\{x(t) + r_H, y(t_i)\}\}, \quad (1)$$

其中: $\mathbf{y}(t)$ 是输入为 $x(t)$ 时 play 算子的输出, $t \in [t_0, t_N]$, $t_0 \leq \dots \leq t_i \leq t \leq t_{i+1} \leq \dots \leq t_N$, r_H 为 play 算子的阈值。

初始条件下的 play 算子表达式为:

$$\mathbf{y}(t_0) = F[x(t_0), 0] = \max\{x(t_0) - r_H, \min\{x(t_0) + r_H, 0\}\}. \quad (2)$$

PI 模型的表达式如式(3)所示:

$$z(t) = \sum_{j=1}^n \omega_{Hj}^T F_j[x, y](t) =$$

$$\sum_{j=1}^n \omega_{Hj}^T \max\{x(t) - r_{Hj}, \min\{x(t) + r_{Hj}, y_{Hj}(t_i)\}\}, \quad (3)$$

其中: $z(t)$ 是 PI 模型的输出; r_{Hj} 为第 j 个 play 算子的阈值; ω_{Hj} 为第 j 个 play 算子的权重系数。

若存在正实数 ϵ 使得下述约束条件成立时,

$$U_H \cdot \omega_H - u_H \leq 0, \quad (4)$$

$$U_H = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 \end{pmatrix}, u_H = \begin{pmatrix} -\epsilon \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\omega_H = (\omega_{H1} \ \dots \ \omega_{Hn}). \quad (6)$$

PI 模型存在唯一解析逆,可以表示为:

$$z^{-1}(t) = \sum_{j=1}^n \omega_{Hj}^T F_j[z, y'](t) =$$

$$\sum_{j=1}^n \omega_{Hj}^T \max\{z(t) - r'_{Hj}, \min\{z(t) + r'_{Hj}, y'_j(t_i)\}\}, \quad (7)$$

其中:

$$\omega'_{H0} = \frac{1}{\omega_{H0}}, \quad (8)$$

$$\omega'_{Hj} = \frac{-\omega_{Hj}}{(\omega_{H0} + \sum_{i=1}^j \omega_{Hi})(\omega_{H0} + \sum_{i=1}^{j-1} \omega_{Hi})}, j = 1, \dots, n, \quad (9)$$

$$r'_{Hj} = \sum_{i=0}^j \omega_{Hi} (r_{Hj} - r_{Hi}), j = 0, \dots, n, \quad (10)$$

$$y'_j = \sum_{i=0}^j \omega_{Hi} y_i + \sum_{i=j+1}^n \omega_{Hi} y_i, \quad (11)$$

其中: ω'_{Hj} 为逆模型的权重系数, r'_{Hj} 为逆模型算子的阈值, y'_j 为逆模型输出。

死区算子在不同阈值 $r_s \in \mathbf{R}$ 表现出速率无关性,其定义如下所示,

$$S(x(t), r_s) = \begin{cases} \max\{x(t) - r_s, 0\}, & r_s > 0 \\ x(t), & r_s = 0 \\ \min\{x(t) - r_s, 0\}, & r_s < 0 \end{cases}. \quad (12)$$

为逼近连续非线性,由不同阈值的死区算子在不同权重下加权叠加,如式(13)所示:

$$S[x](t) = \sum_{j=1}^n \omega_{Sj}^T \cdot S_j[x](t). \quad (13)$$

MPI模型可以表示为:

$$\Gamma[x](t) = \sum_{j=1}^n \omega_{Sj}^T \cdot S_j [\omega_{Hj}^T \cdot F_j[x, y]](t). \quad (14)$$

与PI模型具有唯一逆模型的条件相似,MPI逆模型也需要使用含有权重的线性不等式约束:

$$U_s \cdot \omega_s - u_s \leq 0, \quad (15)$$

$$U_s = \begin{pmatrix} -1 & \cdots & -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & -1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$u_s = \begin{pmatrix} -\epsilon \\ \vdots \\ -\epsilon \\ -\epsilon \\ -\epsilon \\ \vdots \\ -\epsilon \end{pmatrix}.$$

MPI逆模型的表达式如式(17)所示:

$$\Gamma^{-1}[z](t) = \sum_{i=0}^j \omega_{Hj}^T \cdot F_j [\omega_{Sj}^T \cdot S_j [z, y']](t), \quad (17)$$

其中:

$$r'_{Sj} = \sum_{i=0}^j \omega_{Si} (r_{Sj} - r_{Si}), j = -l, \dots, l, \quad (18)$$

$$\omega'_{s0} = \frac{1}{\omega_{s0}}, \quad (19)$$

$$\omega'_{Sj} = - \frac{-\omega_{Sj}}{(\omega_{s0} + \sum_{i=1}^j \omega_{Si})(\omega_{s0} + \sum_{i=1}^{j-1} \omega_{Si})}, \quad (20)$$

$$j = -l, \dots, l.$$

2.2 动态模型辨识

通过在压电定位平台的前向通路上串联MPI迟滞逆模型来抵消静态迟滞非线性,则剩下的部分可以视为伪线性系统,如图1所示。

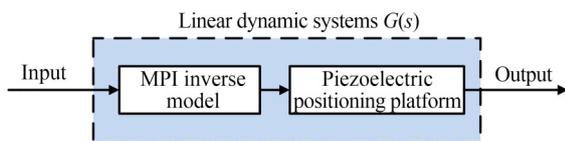


图1 压电定位平台的线性动态模型

Fig. 1 Linear dynamic model of the piezoelectric positioning platform

在辨识线性动态部分的传递函数时,本文采用伪PRBS作为辨识激励信号。相比于扫频信号和白噪声信号,PRBS既满足了随机性,又易于实现和处理。根据实验的输入输出数据,通过相关计算得到系统的脉冲响应序列 $g(k)$,构造系统的Hankel矩阵,并利用奇异值分解技术和特征系统实现算法辨识出系统的标称模型^[28]。

系统的频率响应模型真实反映了系统的本质特征,基于此可以验证建模的准确性,并为后续的不确定性建模提供帮助。本文利用输入数据的离散傅里叶变换和多次输出数据的离散傅里叶变换计算出了系统的频率响应模型。

给压电定位平台输入 n 个周期的PRBS信号,重复实验并采集输入输出数据,忽略含有过渡过程的第一个周期数据,如式(21)和式(22)所示,其中 $x(k)$ 为系统输入, $y(k)$ 为系统输出。

$$\underbrace{x(0) x(1) \cdots x(N-1)}_{x_1 \text{ (数据不采用)}} \underbrace{x(N) x(N+1) \cdots x(2N-1)}_{x_2} \dots \dots \dots \underbrace{x((n-1)N) x((n-1)N+1) \cdots x(nN-1)}_{x_n}, \quad (21)$$

$$\underbrace{y(0) y(1) \cdots y(N-1)}_{y_1 \text{ (数据不采用)}} \underbrace{y(N) y(N+1) \cdots y(2N-1)}_{y_2} \dots \dots \dots \underbrace{y((n-1)N) y((n-1)N+1) \cdots y(nN-1)}_{y_n}. \quad (22)$$

因为PRBS是周期序列,故 $x_2 = \dots = x_{n-1} = x_n$,但由于存在噪声及其他干扰的影响,所以 $y_2 \neq \dots \neq y_{n-1} \neq y_n$ 。

$$X_2 = \sum_{k=N}^{2N-1} x(kT) e^{-jk\omega_m T}, \quad (23)$$

$$Y_n(e^{j\omega_m T}) = \sum_{k=N}^{nN-1} y(kT) e^{-jk\omega_m T}. \quad (24)$$

得到频率响应模型如式(25)所示:

$$\tilde{G}(e^{j\omega_m T}) \approx \frac{Y_2(e^{j\omega_m T}) + \dots + Y_{n-1}(e^{j\omega_m T}) + Y_n(e^{j\omega_m T})}{(n-1)X_2(e^{j\omega_m T})}, \quad (25)$$

其中: $\omega_m = m \frac{2\pi}{NT}, m = 0, 1, 2, \dots, N-1$ 。

2.3 模型验证

本研究以压电定位平台(P733.2 CL)为对

象,构建了基于dSPACE的实验平台,如图2所示。首先,在上位机中构建Simulink模型并通过dSPACE进行编译。期望信号通过功率放大器和D/A转换模块生成电压信号。之后,信号经A/D转换模块返回上位机。在上位机的ControlDesk软件中,实时观察并记录压电定位平台在不同频率信号下的输入输出关系曲线。整个实验过程的采样频率为10 kHz。

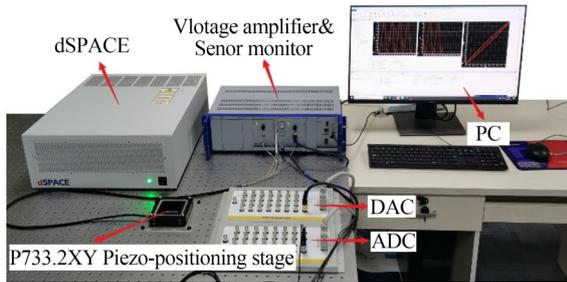


图2 基于dSPACE的压电定位平台实验装置

Fig. 2 Experimental equipment of piezoelectric positioning platform based on dSPACE

表1 P733.2CL压电定位平台参数

Tab. 1 Parameters of the P733.2CL piezoelectric positioning platform

Parameters	Value
Drive voltage/V	-20~120
Output stroke/ μm	0~100
No-load resonant frequency/Hz	500
Capacitive sensor resolution/nm	0.1

MPI模型辨识实验过程中,选择频率为1 Hz,幅值和偏置均为15 V的正弦信号作为输入信号,采集压电定位平台的输入输出数据,选取阈值 r_{Hj} ,使用最小二乘法辨识其余参数。辨识结果如下:

$$r_H = [0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28],$$

$$\omega_H = [0.624, 0.135, 0.048, 0.059, 0.044, 0.054, 0.024, 0.160, 0.109, -0.191, 0.796, -1.131, 0.201, 0.031, 0.155],$$

$$r'_H = [0, 1.25, 2.77, 4.38, 6.11, 7.94, 9.87, 11.84, 14.14, 16.66, 18.79, 22.51, 23.97, 25.84, 27.76],$$

$$\omega'_H = [1.602, -0.285, -0.079, -0.084, -0.056, -0.062, -0.025, -0.141, -0.076, 0.143, -0.401, 0.831, -0.295, -0.035, -0.144],$$

$$r_s = [0, 3.02, 8.91, 14.91, 20.95],$$

$$\omega_s = [0.932, 0.025, -0.018, -0.007, -0.000008],$$

$$r'_s = [0, 2.82, 8.45, 14.08, 19.72],$$

$$\omega'_s = [1.073, -0.028, 0.020, 0.008, 0.00001].$$

求得MPI逆模型,将其串联在压电定位平台的前馈通路上抵消静态迟滞非线性,效果如图3所示。将使用PI逆补偿后的补偿效果与使用MPI逆补偿后的补偿效果进行对比,其迟滞曲线与跟踪误差如图4所示,两种补偿的相对误差及均方根误差如表2所示。结果表明,使用MPI模型进行逆补偿能够更精确地补偿压电定位平台的迟滞非线性。

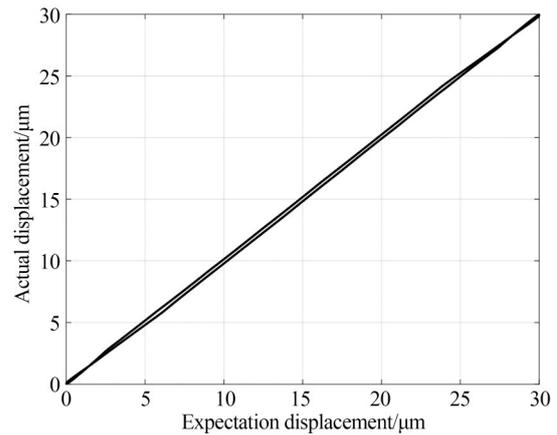


图3 MPI迟滞逆模型逆补偿结果

Fig. 3 Inverse compensation results of the MPI hysteresis inverse model

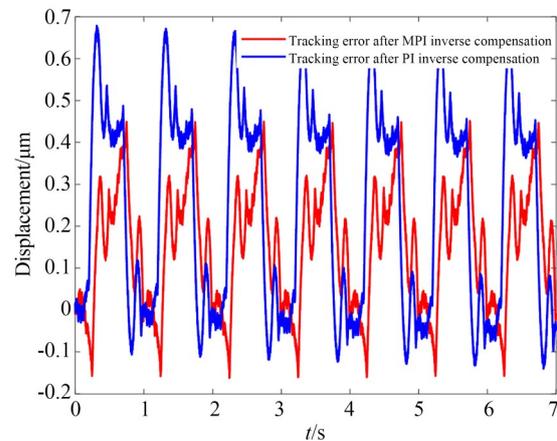


图4 MPI逆补偿后和PI逆补偿后跟踪误差对比

Fig. 4 Comparison of tracking errors after MPI inverse compensation and PI inverse compensation

表 2 两种逆补偿方式误差对比

Tab. 2 Error comparison between two types of inverse compensation methods

Type	RE	RMSE/ μm
PI inverse compensation	0.018 2	0.332
MPI inverse compensation	0.011 3	0.210

对于线性化后的系统,给压电定位平台输入一个幅值为 5 V 的 PRBS 激励信号,采集输入输出数据,利用 Hankel 矩阵辨识法^[29],得到一个 6 阶标称模型传递函数,如式(26)所示:

$$G(s) = \frac{0.2 \times 10^7 (s + 9.5 \times 10^5)}{(s + 2299)(s + 626.5)} \times \frac{1}{(s^2 + 218.5s + 3.3 \times 10^6) \cdot (s^2 + 1851s + 3.3 \times 10^6)(s^2 + 131.1s + 1 \times 10^7)} \quad (26)$$

利用式(25)在 $n=6$ 时计算系统频率响应模型,并采用式(27)和式(28)计算系统频率响应模型与标称模型的频域均方根误差(FRMSE)以及频域相对均方误差(FRSE),如表 3 所示。

$$FRMSE = \sqrt{\frac{\sum_{\omega_k}^{N_{\omega_k}} |\tilde{G}(e^{j\omega_k}) - G(e^{j\omega_k})|^2}{N_{\omega_k}}}, \quad (27)$$

$$FRSE = \frac{\sum_{\omega_k}^{N_{\omega_k}} |\tilde{G}(e^{j\omega_k}) - G(e^{j\omega_k})|^2}{\sum_{\omega_k}^{N_{\omega_k}} |\tilde{G}(e^{j\omega_k})|^2}, \quad (28)$$

其中: $[\omega_k, \omega_{nk}]$ 为频率范围, $N_{\omega_k} = (\omega_{nk} - \omega_k) / \omega_m$ 。

从图 5 与表 3 中可以看出,标称模型可以有效地拟合系统的频率响应,说明了本文辨识方法的有效性,而误差归结为模型的不确定性,在后续设计控制器的过程中进行处理。

3 控制器设计

3.1 模型不确定性建模

首先,对本文的模型不确定性进行建模,主要包括进行 MPI 模型逆补偿时的模型误差,在线性动态部分建模时将复杂的系统特性简化成标称模型的模型误差,以及传感器测量噪声等。由于压电定位平台的测量噪声极小,本文不考虑其对系统的影响。

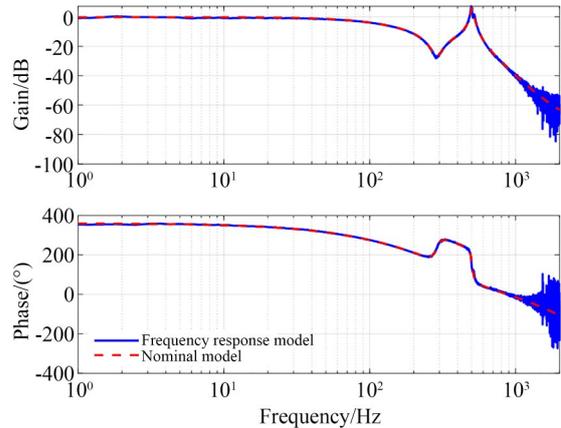


图 5 压电定位平台线性动态模型辨识结果

Fig. 5 Identification results of the linear dynamic model for the piezo-positioning platform

表 3 频域模型检验误差

Tab. 3 Frequency domain model validation error

Frequency/Hz	FRMSE	FRSE
1~100	0.035 0	0.18%
100~1 000	0.127 5	6.72%

设模型不确定性为乘性不确定性,则真实的被控系统可以表示为:

$$\{\tilde{G}(s) | \tilde{G} = G(1 + W_m \Delta), \|\Delta\|_{\infty} \leq 1\}, \quad (29)$$

其中, W_m 为乘性不确定性加权函数。

为了得到更准确的系统频率响应函数,重复 5 次实验采集输入输出数据,系统的 5 次频率响应曲线如图 6 所示。

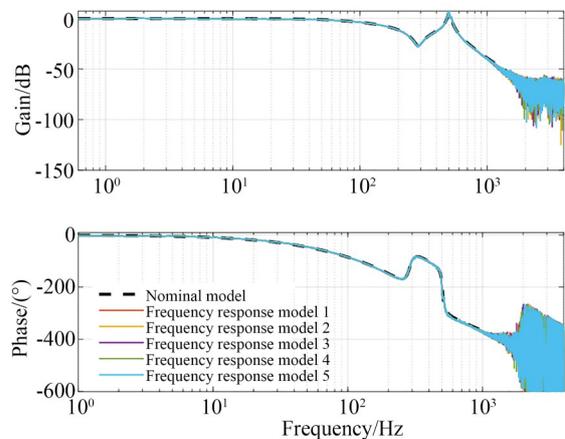


图 6 标称模型及 5 次系统频率响应

Fig. 6 Nominal models and system frequency response at five different frequencies

根据式(30)计算得到模型乘性不确定性,

$$\Delta_{ci}(j\omega) = \frac{\tilde{G}_i(j\omega) - G(j\omega)}{G(j\omega)}, i = 1, 2, \dots, 5. \quad (30)$$

由于不确定性复杂多样且没有规律,所以根据计算出的绝对误差设计一个不确定性上界加权函数以完全概括这些不确定性。同时,加权函数不能过大,以避免导致控制器设计过于保守从而影响性能。从图7可以看出,所有的不确定性都被包含在内。

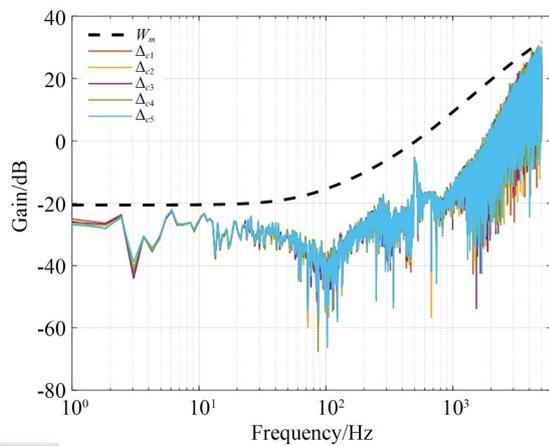


图7 模型不确定性上界幅频特性

Fig. 7 Upper-bound frequency response of model uncertainty

乘性不确定性上界函数 W_m 为式(31)所示:

$$W_m = \frac{36.9(s + 5.8 \times 10^4)(s + 3155)(s + 428.5)}{(s + 1.7 \times 10^4)(s^2 + 4.9 \times 10^4 s + 1.8 \times 10^9)}. \quad (31)$$

3.2 负载干扰分析

负载干扰是压电定位平台的主要干扰之一。本文的研究旨在应用于原子力显微镜的定位平台,由于用于原子力显微镜测量样品的尺寸通常为几毫米,重量小于 200 g^[22],所以本文实验部分负载重量设置为 100 g, 200 g 以及 300 g。

针对本文实验平台,输入不同频率的正弦信号并改变负载重量,研究迟滞特性的变化。不同负载与建立的空载标称模型之间的相对误差如表4所示。

为了更加直观地研究不同频率下负载变化对迟滞特性的影响,绘制了如图8所示的折线图。

$$W(z) = \frac{1335.9(z - 0.94)(z^2 - 1.80z + 0.83)(z^2 - 1.89z + 0.99)}{z^3(z + 0.50)(z^2 - 1.95z + 0.99)}. \quad (32)$$

表4 不同负载与空载标称模型的相对误差

Tab. 4 RE between different load and no-load nominal models

Load	10 Hz	50 Hz	70 Hz	100 Hz
100 g	0.004 4	0.005 4	0.015 0	0.016 3
200 g	0.005 0	0.011 4	0.027 4	0.043 5
300 g	0.004 9	0.017 9	0.036 9	0.054 6

可以明显看出,在低频段(约 10~40 Hz)时,负载变化对迟滞特性的影响很小,可以几乎忽略。但在中高频段(约 50~80 Hz)时,负载和频率越大,压电定位平台的迟滞特性越明显。因此,压电定位平台需要特别对中高频段的负载变化干扰进行抑制。

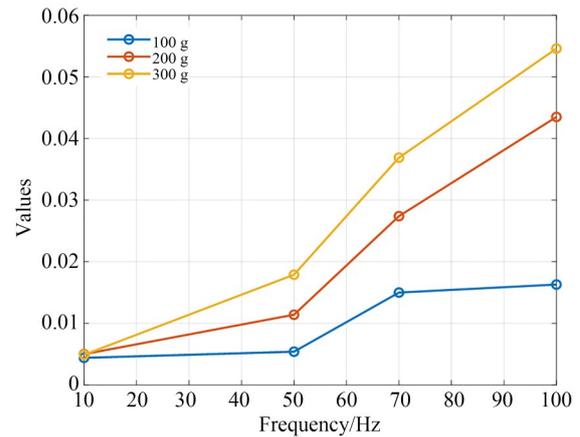


图8 不同频率下负载变化与标称模型的误差变化折线图

Fig. 8 Line chart of the error variation between load changes and the nominal model at different frequencies

3.3 两自由度干扰观测器

两自由度干扰观测器由外环控制和内环控制组成。外环控制器能够实现所需的跟踪性能,而内环 DOB 则通过实时观测和补偿负载干扰,可以显著提高压电定位平台的抗干扰能力和鲁棒性,改善系统的动态和稳态性能。DOB 控制框图如图9所示。其中, $C(s)$ 为外环控制器, $G_n^{-1}(s)$ 为系统标称模型传递函数的逆, $Q(s)$ 为低通滤波器, d 为外界干扰, u 为系统控制的输入,前馈控制器 $W(s)$ 等效离散为 $W(z)$,设计 $W(z)$ 为:

滤波器 $Q(s)$ 的结构和参数在很大程度上决定了 DOB 的性能,其通常被设计为低通形式。Butterworth 滤波器是一种低通滤波器,其频率响应在通频带内达到最大平坦度,并在阻频带内逐渐下降至 0。Butterworth 滤波器的最大平坦度确保了信号的初始值不会因滤波而被衰减^[30]。

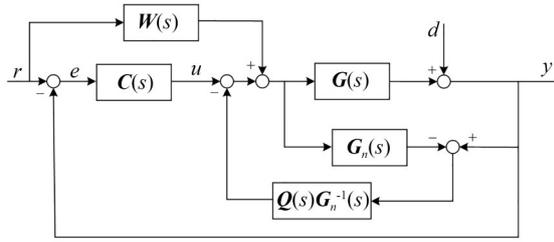


图 9 DOB 控制框图

Fig. 9 Control block diagram of DOB

三阶 Butterworth 滤波器 $Q(s)$ 为式 (33) 的形式:

$$Q(s) = \frac{3\tau s + 1}{\tau^3 s^3 + 3\tau^2 s^2 + 3\tau s + 1}, \quad (33)$$

其中: τ 是时间常数, τ 值越小, 滤波器的带宽越大。但是过小的 τ 值会导致系统失稳, 为此基于小增益定理, 给出满足系统鲁棒稳定的约束条件:

$$\|Q(j\omega)\Delta(j\omega)\|_\infty < 1, \quad (34)$$

其中: 模型不确定性上界满足 $|W_m(j\omega)| \geq |\Delta(j\omega)|, \forall \omega \in R^+$, 可等价:

$$\|Q(j\omega)W_m(j\omega)\|_\infty < 1. \quad (35)$$

3.4 基于 μ 综合方法优化 DOB 设计

μ 综合控制器在设计时考虑了不确定性的结构, 使得各种不确定性在处理时并不是简单的集合, 而是处理成一个分块对角阵形式^[31], 从而降低了设计的保守性。具有对角结构的不确定性反馈控制框图如图 10 所示。

在存在模型不确定性和负载扰动的情况下, DOB 设计使用 μ 综合方法优化, 即将图 10 中 $Q_\mu(s)$ 的设计问题看作 μ 综合问题的求解。这种方法避免了考虑标称模型逆求解的问题, 并且保证了系统的鲁棒稳定性与鲁棒性能, 进一步提高了系统的抗干扰性能。

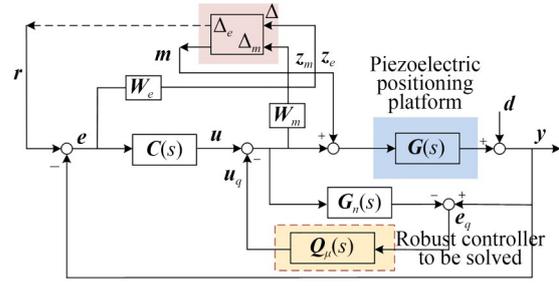


图 10 具有对角结构的不确定性反馈控制框图

Fig. 10 Feedback control block diagram with diagonal structured uncertainties

图 10 中, $Q_\mu = Q \cdot G_n^{-1}$ 为 μ 综合方法优化的 DOB, W_e 为误差加权函数, 结构不确定性^[32]可以定义为:

$$\Delta = \left\{ \text{diag}(\Delta_e, \Delta_m) \mid \bar{\sigma}(\Delta_e) < 1, \bar{\sigma}(\Delta_m) < 1 \right\}, \quad (36)$$

其中: Δ_m 为不确定块, 是压电定位平台中真实存在的模型不确定性; Δ_e 为性能不确定块, 是为分析系统反应性能而引入的虚拟量。

具有输出变量 $[z_m \ z_e \ e_q]^T$ 和输入变量 $[r \ m \ u_q]^T$ 的广义被控对象 P 可以被描述为如式 (37) 所示:

$$\begin{bmatrix} z_m \\ z_e \\ e_q \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{CW_m}{1+CG_n} & \frac{-CG_n W_m}{1+CG_n} & \frac{-W_m}{1+CG_n} \\ \frac{W_e}{1+CG_n} & \frac{-G_n W_e}{1+CG_n} & \frac{G_n W_e}{1+CG_n} \\ 0 & G_n & 0 \end{bmatrix}}_P \begin{bmatrix} r \\ m \\ u_q \end{bmatrix}. \quad (37)$$

误差加权函数 W_e 的适当选择是设计 μ 综合控制器的关键步骤。通过调节 W_e 可以有效地抑制干扰, 从而降低期望频段内的跟踪误差并提高跟踪性能。经过不断尝试改进, 根据系统结构以及设计需求, 设计 W_e 如式 (38) 所示:

$$W_e = \frac{s + 3160}{1.106s + 0.948}. \quad (38)$$

外环控制器 $C(s)$ 选择为 PI 控制器, 并使用衰减法进行参数整定。PI 控制器如式 (39) 所示:

$$C(s) = 0.3 + \frac{460}{s}. \quad (39)$$

使用 D-K 迭代法求解 μ 综合问题。根据系统模型和不确定性结构, 经过线性分式变换得到闭环传递函数矩阵 M , 如式 (40) 所示:

$$M = F_l(P, K). \quad (40)$$

使用对角缩放矩阵 D 对传递函数矩阵进行缩放:

$$M_{\text{scaled}}(s) = DM(s)D^{-1}. \quad (41)$$

计算缩放后的矩阵 $M_{\text{scaled}}(s)$ 的最大奇异值 σ_{\max} ,

$$\sigma_{\max}(M_{\text{scaled}}(s)) = \sigma_{\max}(DM(s)D^{-1}). \quad (42)$$

通过不断调节对角缩放矩阵 D , 寻找能够最小化缩放后系统最大奇异值的 D . 优化过程可以表述为:

$$\sup_{\omega} \mu(M) = \inf_D \sigma_{\max}(DM(s)D^{-1}). \quad (43)$$

利用 MATLAB 中的鲁棒工具箱, 进行 D-K 迭代法求解, 得到一个高阶控制器, 采用平衡截断法进行降阶, 降阶为 8 阶后的 DOB 如式 (44) 所示:

$$Q_{\mu} = \frac{0.2(s+5.4e04)(s+593.1)(s+305)(s-1.2)}{(s+3023)(s+0.0001)(s^2+1249s+2.5e06)} \times \frac{(s^2+128s+1.0e07)(s^2-1018s+1.2e07)}{(s^2+3316s+7.1e06)(s^2+347.9s+1.1e07)}. \quad (44)$$

对于该两自由度控制, 当被控对象的模型是内部稳定的, 不确定性闭环系统是鲁棒稳定的条件为保证式 (45) 成立^[33]:

$$\mu_{\Delta_m}(M_{11}(j\omega)) < 1, \forall \omega, \quad (45)$$

其中:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}. \quad (46)$$

在图 9 系统下, 易得:

$$M_{11} = -\frac{W_m G_n (Q_{\mu} + C)}{1 + CG_n}. \quad (47)$$

计算可得 $\mu_{\Delta_m}(M_{11}(j\omega)) = 0.97 < 1$, 即系统鲁棒稳定。

为验证本文优化 DOB 在抑制干扰方面的优越性, 在两者外环控制器相同的条件下, 设计传统 DOB 和 H_{∞} DOB 与之进行对比实验。

传统 DOB 采用三阶 Butterworth 型滤波器设计 Q 滤波器, 依据前文所述的约束方法, 在保证系统稳定性的前提下尽可能地提高滤波器的截止频率, 同时平衡系统稳定裕度和抗干扰性能, 选择 $\tau = 0.003$ 。

将标称模型求逆 $G_n^{-1}(s)$, 由于出现分子大于分母的情况, 需要进行处理: 加入与分子相差 $(s+a)$ 个惯性环节, 其中 a 为距离实轴的距离远远大于其他极点距离实轴的数值, 以实现尽可能减小对原传递函数特性的影响。处理后的标称模型的逆 $G_n^{-1}(s)$ 为式 (48) 所示:

$$G_n^{-1}(s) = \frac{11249(s+2299)(s+626.5)}{(s+2 \times 10^4)^4} \times \frac{(s^2+1851s+3.3 \times 10^6)(s^2+131.1s+1 \times 10^7)}{(s^2+218.5s+3.265 \times 10^6)}. \quad (48)$$

H_{∞} DOB 参照文献 [34] 进行设计, 具体过程不再详细描述。在设计两种控制器时, 我们使两个控制系统的鲁棒稳定性相近以保证比较的公平性^[35]。两个控制器从干扰输入 z_m 到评价输出 m 的闭环传递函数矩阵的 H_{∞} 范数均为 0.97, 可以证明它们的鲁棒稳定性几乎相同。

采用平衡截断法进行降阶, 降为 8 阶后的 H_{∞} DOB 如式 (49) 所示:

$$Q_H = \frac{0.8(s+5.4e04)(s+1.1e04)(s+676.5)}{(s+4652)(s+319.6)(s^2+292.9s+9.9e04)} \times \frac{(s^2+350.5s+1.2e05)(s^2+8793s+4.4e07)}{(s^2+1599s+3.1e06)(s^2+722.2s+1.1e07)}. \quad (49)$$

4 实验验证

首先, 将幅值为 1 V 的正弦扫频信号作为输出扰动施加到图 9 的所示结构中, 设置参考输入 $r(s) = 0$, 三种控制方法的干扰抑制曲线如图 11 所示。

传统 DOB 方法的抗扰带宽为 55 Hz, H_{∞} DOB 方法的抗扰带宽为 61 Hz, μ 综合 DOB 方法的抗扰带宽为 114 Hz, 比传统 DOB 方法提高了 109.2%, 比 H_{∞} DOB 方法提高了 86.9%。

由于传统 DOB 依赖于标称模型的逆进行干扰补偿, 同时在低于 20 Hz 的低频段时负载变化对系统影响较小且模型误差相对较小, 使得其在低频段更有优势。而 H_{∞} DOB 和 μ 综合 DOB 这两种鲁棒 DOB 在设计时考虑了模型不确定性,

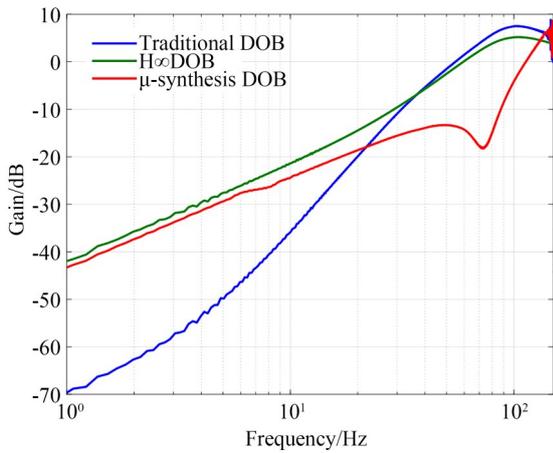


图 11 三种方法干扰抑制曲线

Fig. 11 Disturbance rejection curves of the three methods

并优化了误差加权函数,使其在中高频段能够更准确地补偿由负载变化和其他不确定性引起的误差,从而在不确定性影响较大的中高频段具备更强的抗干扰能力。此外,传统 DOB 方法采用的 Butterworth 滤波器是低通滤波器,在较高频段衰减较快,导致整体系统的抗扰带宽受到限制。而鲁棒 DOB 方法通过优化权衡不确定性与性能之间的关系,降低了设计的保守性,在保证系统稳定性的前提下实现了更宽的带宽,提升了中高频段的抗扰能力。

从前文图 7 可以看出,在 70 Hz 左右系统的模型误差显著减小,此时系统的模态特性与控制器设计更为匹配, μ 综合 DOB 能够以更大的自由

度优化控制器增益,显著降低系统对该频段干扰的响应,满足了前文提出的负载干扰抑制要求。

为验证本文提出方法对干扰信号抑制的优越性,设置参考输入 $r(s) = 0$, 不同频率干扰信号 $d(s) = \sin(2\pi\omega t)$, 输出结果如图 12 和图 13 所示。

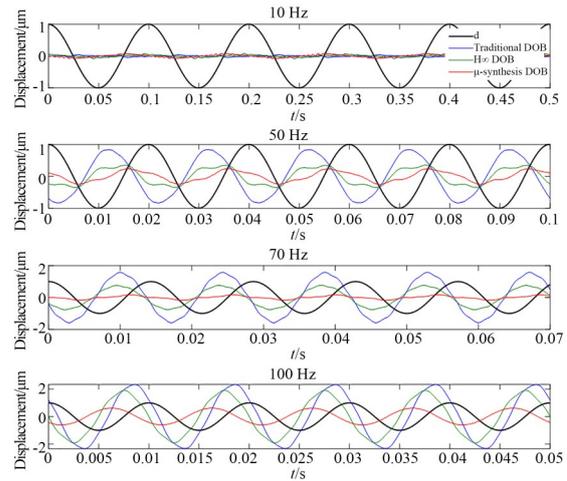
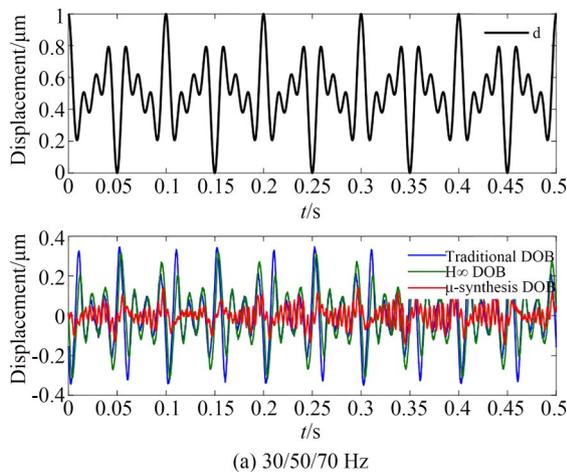


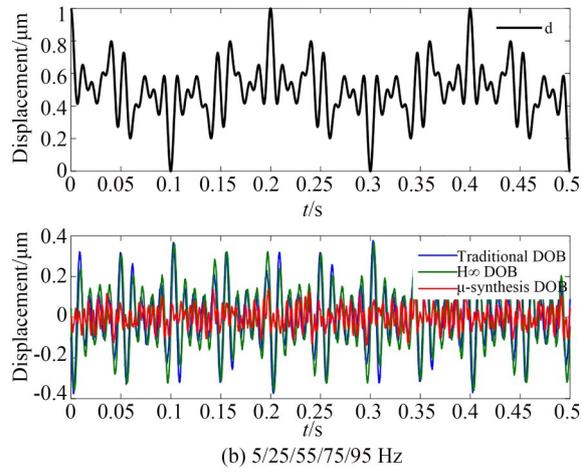
图 12 干扰为不同频率正弦信号时的系统输出曲线

Fig. 12 System output curves under disturbances with different frequency sinusoidal signals

结果表明,传统 DOB 方法在 50 Hz 时几乎失去了抗干扰性能, H_∞ DOB 方法在 100 Hz 时也无法继续维持有效的抗干扰能力。而本文提出的 μ 综合 DOB 方法在固定频率和变化频率的干扰信号下均表现出较优异的抗干扰性能。



(a) 30/50/70 Hz



(b) 5/25/55/75/95 Hz

图 13 干扰为复合频率信号时的系统输出曲线

Fig. 13 System output curves under disturbances with composite frequency signals

设置参考输入为 $r(s) = 10\sin(2\pi \cdot 70t) + 10$, 对比空载及带载条件下跟踪情况, 以此验证提出的控制方法的稳定性。结果如图 14 所示, 相对误差和均方根误差如表 5 所示, 其中均方根误差的单位为 μm 。

由实验结果可知, 本文提出的方法在跟踪精度方面显著优于其他两种对比方法。此外, 在负载变化条件下, 传统 DOB 方法的带载与空载状态相对误差平均变化量为 0.0146, 均方根误差平均变化量为 $0.2048 \mu\text{m}$; H_∞ DOB 方法的相对误差平均变化量为 0.0057, 均方根误差平均变化量为 $0.0536 \mu\text{m}$; 而 μ 综合 DOB 方法的相对误差平均变化量仅为 0.0013, 相较于传统 DOB 方法和 H_∞ DOB 方法分别降低了 91.1% 和 77.2%。此外, μ 综合 DOB 方法的均方根误差平均变化量为 $0.0196 \mu\text{m}$, 相比传统 DOB 方法降低了 90.4%, 相较 H_∞ DOB 方法降低了 63.4%。上述

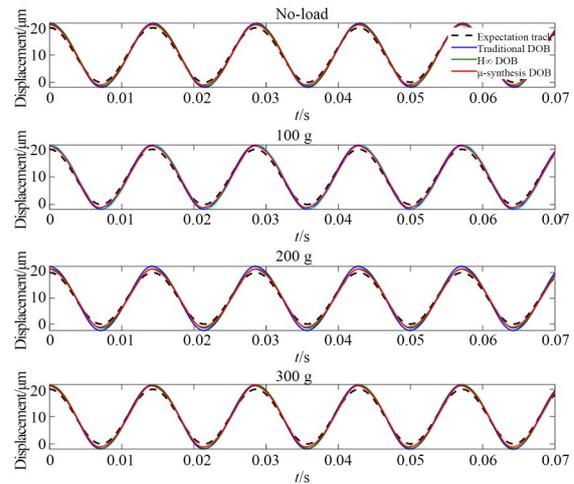


图 14 70 Hz 正弦信号下空载及带载下的跟踪对比
Fig. 14 Tracking comparison under no-load and load conditions with a 70 Hz sinusoidal signal

结果充分证明了本文所提出的方法在负载干扰环境下具有更强的鲁棒性及抗干扰能力。

表 5 对比实验结果

Tab. 5 Comparison of experimental results

Load	Traditional DOB		H_∞ DOB		μ -synthesis DOB	
	RE	RMSE	RE	RMSE	RE	RMSE
No-load	0.1016	1.3205	0.0951	1.2202	0.0679	0.8617
100g	0.0907	1.1733	0.0985	1.2680	0.0686	0.8705
200g	0.1294	1.7221	0.0897	1.1550	0.0704	0.8944
300g	0.0965	1.2549	0.0974	1.2679	0.0696	0.8845

5 结 论

本文针对压电定位平台的负载变化问题, 提出了一种无需标称逆模型的 μ 综合干扰观测器控制策略。通过 MPI 迟滞逆模型线性化, 准确建立了压电定位平台的动态线性模型, 并根据实验数据辨识出系统的线性动态特性。在考虑模型不确定性及负载扰动对系统稳定性和性能影响的基础上, 采用性能优化函数和 D-K 迭代法优化求

解 DOB 中的滤波器, 设计了基于 μ 综合方法的鲁棒干扰观测器, 避免了标称模型逆的求解。实验结果表明, 提出的方法在抗扰带宽上相较于传统 DOB 和 H_∞ DOB 有显著提升。在带载跟踪实验中, 提出方法的相对误差及均方根误差较传统 DOB 减少了 90% 以上, 较 H_∞ DOB 减少了 60% 以上, 展示出较强的鲁棒稳定性。在实际应用中, 该方法能够有效改善压电定位平台的性能, 为高精设备的精度和效率提供保障。

参考文献:

- [1] MOHITH S, KARANTH P N, KULKARNI S M. Performance analysis of valveless micropump with disposable chamber actuated through Amplified

- Piezo Actuator (APA) for biomedical application [J]. *Mechatronics*, 2020, 67: 102347.
[2] CHEN F X, ZHANG Q J, DONG W, et al. Design and test of a compact large-stroke dual-drive linear-motion system [J]. *Mechanical Systems and Sig-*

- nal Processing*, 2022, 180: 109438.
- [3] XUE B, BROUSSEAU E, BOWEN C. Modeling of a shear-type piezoelectric actuator for AFM-based vibration-assisted nanomachining[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2023, 243: 108048.
- [4] FENG H R, WANG L, WANG X, *et al.* Positioning, transfer, and rotation movements of particles manipulated by a novel piezoelectric acoustofluidic device with multiple vibration modes[J]. *Smart Materials and Structures*, 2021, 30(10): 105031.
- [5] AN D, LI J, YANG Y X, *et al.* Compensation method for complex hysteresis characteristics on piezoelectric actuator based on separated level-loop Prandtl - Ishlinskii model[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 109(4): 2479-2497.
- [6] MOHITH S, UPADHYA A R, NAVIN K P, *et al.* Recent trends in piezoelectric actuators for precision motion and their applications: a review [J]. *Smart Material Structures*, 2021, 30(1): 013002.
- [7] CHAI G, TAN Y H, TAN Q Y, *et al.* Predictive gradient based control using Hammerstein model for MEMS micromirrors [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2024, 29(3): 2125-2137.
- [8] YANG L, DING B X, LIAO W H, *et al.* Identification of preisach model parameters based on an improved particle swarm optimization method for piezoelectric actuators in micro-manufacturing stages[J]. *Micromachines*, 2022, 13(5): 698.
- [9] JANAIDEH MAL, SAAIDEH MAL, RAKOTONDRABE M. On hysteresis modeling of a piezoelectric precise positioning system under variable temperature [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 145: 106880.
- [10] LI Z, SHAN J J, GABBERT U. Inverse compensation of hysteresis using krasnoselskii-pokrovskii model[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2018, 23(2): 966-971.
- [11] SON N N, VAN KIEN C, ANH H P H. Parametersidentification of Bouc-Wenhysteresismodel for piezoelectric actuators using hybrid adaptive differential evolution and Jaya algorithm[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2020, 87: 103317.
- [12] WANG G, CHEN G Q. Identification of piezoelectric hysteresis by a novel Duhem model based neural network [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2017, 264: 282-288.
- [13] KUHNNEN K. Modeling, identification and compensation of complex hysteretic nonlinearities: a modified prandtl-ishlinskii approach[J]. *European Journal of Control*, 2003, 9(4): 407-418.
- [14] JIAN Y P, HUANG D Q, LIU J B, *et al.* High-precision tracking of piezoelectric actuator using iterative learning control and direct inverse compensation of hysteresis[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(1): 368-377.
- [15] JIN J X, SUN X, CHEN Z B. Comprehensive compensation of dynamic hysteresis and creep for piezoelectric actuator [J]. *Smart Materials and Structures*, 2024, 33(6): 065045.
- [16] WANG Z S, XU R, WANG L N, *et al.* Finite-time adaptive sliding mode control for high-precision tracking of piezo-actuated stages [J]. *ISA Transactions*, 2022, 129(Pt A): 436-445.
- [17] JI Y, JIANG X K, WAN L J. Hierarchical least squares parameter estimation algorithm for two-input Hammerstein finite impulse response systems [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(8): 5019-5032.
- [18] SOARES D Jr, SERPA A L. An evaluation of the influence of Eigensystem Realization Algorithm settings on multiple input multiple output system identification [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2022, 28(21/22): 3286-3301.
- [19] DING Z A, YANG Z J, CHEN C H, *et al.* Improved sliding mode dynamic matrix control strategy: application on spindle loading and precision measuring device based on piezoelectric actuator [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 167: 108543.
- [20] ZHAO B, QI X, SHI W J, *et al.* Global linearization identification and compensation of nonresonant dispersed hysteresis for piezoelectric actuator [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2024, 29(1): 614-624.
- [21] ZHANG Y, WANG Y W, WU J D, *et al.* Adaptive control method for conically shaped dielectric elastomer actuator with different loads[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2024, 21(3): 2613-2621.
- [22] TAO Y D, LI L L, LI H X, *et al.* High-bandwidth tracking control of piezoactuated nanopositioning stages via active modal control[J]. *IEEE*

- Transactions on Automation Science and Engineering*, 2022, 19(4): 2998-3006.
- [23] MENG Y X, CHEN Z Z, HUANG W W, *et al.* An enhanced real-time iterative compensation method for fast tool servos with resonance suppression [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2024, 71(6): 6183-6192.
- [24] ZHANG Y F, ZHANG J Q, SUN C S, *et al.* System identification and tracking, antidisturbance composite control technology of voice coil actuator fast steering mirror[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2024, 71(9): 11146-11155.
- [25] ZHANG Z M, YAN P. Infinite dimensional design approach of robust disturbance observer for a piezo-actuated nano-positioner with measurement delays[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2023, 28(6): 3583-3588.
- [26] ZHENG M H, LYU X M, LIANG X, *et al.* A generalized design method for learning-based disturbance observer[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2021, 26(1): 45-54.
- [27] GU G Y, ZHU L M, SU C Y. Modeling and compensation of asymmetric hysteresis nonlinearity for piezoceramic actuators with a modified prandtl - ishinskii model[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(3): 1583-1595.
- [28] 刘浩天, 张桂林, 周克敏. 压电定位平台低阻尼谐振特性辨识及高带宽控制[J]. *振动与冲击*, 2024, 43(18): 287-296.
- LIU H T, ZHANG G L, ZHOU K M. Identification of low-damping resonance characteristics and the high-bandwidth control of a piezo-positioning stage[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2024, 43(18): 287-296. (in Chinese)
- [29] 闻成, 谭敏哲, 卢洁莹, 等. 具有柔性特性的机电伺服系统辨识[J]. *控制理论与应用*, 2023, 40(4): 663-672.
- WEN C, TAN M Z, LU J Y, *et al.* Identification of electromechanical servo systems with flexible characteristics [J]. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(4): 663-672. (in Chinese)
- [30] 卢锦芳, 楼京俊, 刘树勇, 等. 基于巴特沃斯滤波器的近场声全息滤波方法[J]. *舰船科学技术*, 2023, 45(24): 160-165.
- LU J F, LOU J J, LIU S Y, *et al.* Near-field acoustic holography filtering method based on Butterworth filter[J]. *Ship Science and Technology*, 2023, 45(24): 160-165. (in Chinese)
- [31] ZHOU K M, DOYLE J C, GLOVER K. *Robust and Optimal Control*[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1996.
- [32] PACKARD A, DOYLE J. The complex structured singular value [J]. *Automatica*, 1993, 29(1): 71-109.
- [33] ZHOU K M, DOYLE J C. *Essentials of Robust Control*[M]. Prentice Hall, 1997
- [34] 张臻, 辛峰, 周克敏. 压电舵机动态迟滞建模与带有鲁棒干扰观测器的两自由度控制[J]. *控制理论与应用*, 2019, 36(6): 841-849.
- ZHANG Z, XIN F, ZHOU K M. Dynamic hysteresis modeling and two-degree-freedom control with robust disturbance observer for piezoelectric rudder[J]. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(6): 841-849. (in Chinese)
- [35] DUAN S Y, ZHANG G L. Modeling of dynamic characteristics and μ -synthesis control of piezoelectric positioning platform [J]. *Smart Materials and Structures*, 2024, 33(10): 105039.

作者简介:



段诗雨(1999—),女,山东淄博人,硕士研究生,2022年于安徽理工大学获得学士学位,主要从事系统辨识、压电定位平台鲁棒控制方面研究。E-mail: dyuuuuu77@163.com

通讯作者:



张桂林(1983—),男,山东潍坊人,博士,副教授,硕士生导师,分别于2006年、2013年在山东大学获得学士、博士学位,主要从事迟滞非线性系统、鲁棒控制等方面的研究。E-mail: zhangguilin@sdust.edu.cn